Zastosowanie iterowanej filtracji do estymacji parametrów modeli stochastycznej zmienności

Całość opracowania powinna zawierać **maksymalnie** **10** **stron**.

* Redakcja nie ingeruje w zawartość merytoryczną nadesłanych artykułów; nie dokonuje korekty stylistycznej i gramatycznej.
* Proszę użyć stylów MIBE\_... do formatowania artykułu.
* Nazwy właściwych stylów są umieszczone w niebieskich polach.

**Po przygotowaniu artykułu proszę usunąć wszystkie obiekty tekstowe  
(takie jak ten).**

* Proszę zapisać plik pod nazwą: Nazwisko.docx (Nazwisko\_Nazwisko.docx)  
  w formacie Word 2007 (lub nowszej wersji).

Jak używać stylów – pomoc: <http://guides.lib.umich.edu/c.php?g=283073&p=1888265>

Piotr Szczepocki

Katedra Metod Statystycznych   
Uniwersytet Łódzki

e-mail: piotr.szczepocki@uni.lodz.pl

**Streszczenie:** W artykule podjęto próbę oceny zmian stopnia zanieczyszczenie środowiska na poziomie województw w latach 2004-2014. Ocenę tą przeprowadzono przy pomocy budowy rankingów województw. Rankingi te utworzono na podstawie zmiennych syntetycznych powstałych   
w wyniku normalizacji zmiennych metodą unitaryzacji zerowanej oraz przekształcenia ilorazowego. Zwrócono również uwagę na problem obserwacji odstających. Okazuje się, że w zależności od podejścia do tego problemu, można uzyskać znacząco rózniące się wyniki dotyczące grupowania wojwództw w klasy.

Streszczenie może zawierać maksymalnie 600 znaków (ze spacjami).

użyj stylu MIBE\_Streszczenie

**Słowa kluczowe:** filtry cząsteczkowe, filtry Kalmana, model stochastycznej zmienności

użyj stylu MIBE\_Tytul\_Rozdzialu

WSTĘP

Od wielu lat w Polsce prowadzone są dyskusje nad poprawą jakości środowiska naturalnego. Jednakże postęp w zakresie technologii, chęć podniesienia poziomu życia oraz wysokie tempo życia powodują iż do natury trafia w Polsce dużo odpadów/zanieczyszczeń. Wejście Polski do UE według powszechnych oczekiwań, powinno skutkować sukcesywnym zmniejszaniem się negatywnego oddziaływania na środowisko. Celem artykułu jest kompleksowe – z narzędziowego punktu widzenia - spojrzenie na wybrane problemy związane oceną stopnia negatywnego oddziaływania na środowisko, zarówno w ujęciu przestrzennym, jak i na przestrzeni ostatniego 10-ciolecia.

użyj stylu   
MIBE\_Tresc\_Rozdzialu

Zazwyczaj przedstawienie tego zagadnienia od strony analitycznej prowadzi do budowy rankingu (~ów) jednostek terytorialnych z zastosowaniem wielokryterialnych ocen i ewentualnie do porównania tego rankingu do innych rankingów tych jednostek terytorialnych (według charakterystyk opisujących ich zamożność i poziom inwestycji związanych z ochroną środowiska). Jednakże przy budowie wielokryterialnych ocen oraz publikacji rankingów opartych o te oceny, nie powinien być stosowany wyłącznie automatyzm uzasadnioniony faktem, że są to techniki ugruntowane. Bardzo interesującą pracą metodyczną ilustrującą sposób oceny negatywnego oddziaływania na środowisko w 2012 roku jest praca Profesora Karola Kukuły [Kukuła 2014]. Natomiast dyskusję na temat oceny stabilności rankingu przed jego upublicznieniem na przykładzie oceny stopnia zanieczyszczania środowiska w Polsce w ujęciu regionalnym, można znaleźć w pracy [Koszela, Szczesny 2015].

Nazwisko pierwszego autora i in. – jeżeli jest kilku autorów

W treści

nie

stosuj

wyróżnień słów

– kursywy,

– podkreśleń,

– pogrubienia tekstu itp.

by wprowadzić

akapit bez wcięcia pierwszego wiersza

użyj stylu

MIBE\_Tresc\_Srodek

Metody i narzędzia badawcze zastosowane w niniejszym artykule to techniki z szerokiego zbioru pod nazwą „wielowymiarowa analiza porównawcza”   
[por np. Kukuła 2000]. Naturalną alternatywą dla technik uzanawanych za klasyczne są narzędzia z instrumentarium tzw. Gradacyjnej Analizy Danych (GAD). Z braku miejsca nie będą tu jednak przedstawione wyniki badań uzyskane przy ich użyciu [por. Szczesny 2002, Kowalczyk i in. 2004, Koszela 2016].

Odwołania w [ ] nawiasach

Praca ta powstała, aby zwrócić uwagę na stabilność ocen zawartych   
w tworzonych raportach, czyli na sprawdzeniu, czy w zależności od zastosowanej techniki, uzyskane wyniki nie prowadzą do różnych wniosków.

WYKORZYSTANE DANE

użyj stylu

MIBE\_Tytul\_Podrozdzialu

Podstawowe informacje

W celu analizy zmian dotyczących stopnia zanieczyszczenia środowiska   
w poszczególnych województwach w okresie 10 lat, w tym badaniu wytypowano pewne zmienne diagnostyczne, które tworzą macierz:

, (1)

użyj stylu

MIBE\_Wzor

**użyj klawisza Tab   
aby wyrównać równanie i numer**

gdzie: n - liczba obiektów, k - liczba zmiennych diagnostycznych, r - liczba lat w analizowanym okresie, *xs,i,j* - oznacza wartość zmiennej na obiekcie Oi w roku o numerze s.

Jako zmienne, które posłużyły do oceny zmian stopnia zanieczyszczania środowiska, wybrano subiektywnie 6 głównych aspektów dotyczących negatywnego wpływu na środowisko naturalne w podziale na województwa za okres 2004-2014, czyli od roku, w którym Polska przystąpiła do UE [GUS 2005-2015]. Mianowicie:

1. ścieki przemysłowe i komunalne,
2. emisja zanieczyszczeń pyłowych.

**.**

użyj stylu

MIBE\_Tekst\_Numery

**.**

**.**

W celu pewnego ujednolicenia, dane te zostały przeliczone na 100 km2:

* X1 - ścieki przemysłowe i komunalne wymagające oczyszczania odprowadzone do wód lub do ziemi (odprowadzone jako nieoczyszczone w hektometrach sześciennych),
* X2 - emisja zanieczyszczeń pyłowych z zakładów szczególnie uciążliwych   
  (w tysiącach ton),
* X3 - emisja zanieczyszczeń gazowych z zakładów szczególnie uciążliwych   
  (w tysiącach ton).

**.**

użyj stylu

MIBE\_Tekst\_Punkty

**.**

**.**

METODA BADAWCZA

Budowa wskaźnika syntetycznego, który będzie wykorzystany do porównywania (budowy rankingu) województw ze względu na wielkość corocznego zanieczyszczania środowiska, wymaga wyboru zmiennych diagnostycznych oceniających różne aspekty tego zjawiska. Należy podkreślić, że ważnym czynnikiem określającym ilość informacji, jaką dostarczą wybrane do analizy zmienne (poza dokładnością pomiaru), jest typ wykorzystanej skali pomiarowej. W tym przypadku, czyli pomiaru wielkości poszczególnych zanieczyszczeń, jest to zwykle skala ilorazowa (czyli „mocniejsza” niż przedziałowa) [Luce i in. 1990, Hand i in. 2001, Walesiak 1990, Holder 1901]. Zmienne ilorazowe są podobne do zmiennych przedziałowych, lecz oprócz wszystkich cech skali przedziałowej, charakteryzuje je istnienie punktu absolutnego zera na skali. Dlatego w odniesieniu do zmiennych ilorazowych, prawomocne jest stwierdzenie typu: X1 jest dwa razy większe niż X2. Jednakże przy budowie wskaźników syntetycznych, jeśli chcemy, aby jego wartości pozostały na skali ilorazowej, mamy ograniczenie tylko do jednego rodzaju normowania, a mianowicie do przekształcenia ilorazowego. Należy jednak podkreślić, że w większości procedur statystycznych zaimplementowanych w pakietach komercyjnych, nie dokonuje się rozróżnienia pomiędzy skalami ilorazową i przedziałową.

Jednym z ważnych zagadnień podczas budowy wskaźnika syntetycznego, jest statystyczna analiza potencjalnych zmiennych diagnostycznych pod kątem ich ewentualnej eliminacji. W literaturze jest wiele podpowiedzi dla początkujących analityków.[[1]](#footnote-1) Jako przesłanki do wyodrębnienia takich zmiennych podawane są najczęściej kryteria wykorzystujące różne miary nierówności/rozproszenia. Celem jest wyeliminowanie każdej takiej zmiennej, która różni się tylko nieznacznie od zmiennej stałej. Często taką zmienną nazywa się potocznie zmienną kwasi stałą.

na końcu wiersza

nie

zostawiaj

pojedynczych liter

i, o,w, z, a, u, itp.

przenieś je do kolejnego wiersza np. używając klawiszy

(Shift+Enter)

lub wstawiając „spację nierozdzielającą” klawiszami   
(Shift+ Ctrl+spacja)

**.**

**.**

**.**

przyjmuje (poza jednym przypadkiem) wartość równą 15. Po unormowaniu za pomocą unitaryzacji zerowanej – czyli przejściu na intuicyjny zakres wartości z przedziału [0;1] - zanika problem małych wartości współczynnika zmienności. Jednakże patrząc na wartości innych wskaźników po unormowaniu, np. na unormowaną wartość wskaźnika Gini (po unitaryzacji – kolumny UX1 i UX3- wynosi on odpowiednio 1,0 oraz 0,9) można dojść do wniosku, że rozkładom wartości zmiennych X1 oraz X3 należy przyjrzeć się dokładniej. Podobne ostrzeżenie pokazuje także w tym przypadku rozstęp międzykwartylowy IQR (wartości 0 oraz 0,063 dla danych po unitaryzacji zerowanej). Ponieważ dane są małoliczne, więc wszystko (łącznie z występowaniem elementów odstających) jest wyraźnie widoczne. Nawet bez obliczania wskaźników widać, że zmienne X1 oraz X3 wymagają specjalnej uwagi. W przypadkach liczniejszych zbiorów danych, sytuacja może już nie być taka klarowna. Łatwo sprawdzić na tym przykładzie, że jeśli ograniczymy się tylko do zmiennych X2 i X4, to w przypadku zastosowania omawianych dwóch typów normalizacji rankingi będą ze sobą identyczne, a rozkłady wartości wskaźników syntetycznych prawie symetryczne, w przeciwieństwie do pokazanych w tabeli 1.

W tabeli 1 przyjęto następujące oznaczenia:

odwołania do tabel i rysunków:

tabela numer, rysunek numer

μ - średnia, σ - odchylenie standardowe, V-współczynnik zmienności, Qi - i-ty kwartyl, IQR - rozstęp międzykwartylowy, GINI\* - unormowany wskaźnik Gini, W1 i W2 – wskaźniki syntetyczne otrzymane jako średnia z unormowanych wartości zmiennych X1-X4 przy użyciu unitaryzacji zerowanej oraz przekształcenia ilorazowego wykorzystującego średnią, UX1-UX4 wartości zmiennych X1-X4 po unitaryzacji, Ri - rankingi według wartości wskaźnika syntetycznego Wi.

użyj stylu

MIBE\_Przypis

użyj stylu

MIBE\_Tabla\_Zrodlo

**NIE umieszczaj kropki na końcu**

Tabela 1. Przykładowy zestaw danych

użyj stylu

MIBE\_Tabla\_Tytul

**NIE** **umieszczaj** **kropki** **na końcu**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **pierwszy** wiersz  - wyrównany do **środka** | X1 | X2 | X3 | X4 | UX1 | UX2 | UX3 | UX4 |  | W1 | W2 | R1 | R2 |
| O01 | 15 | 12,70 | 16 | 13,70 | 0 | 0,765 | 0 | 0,765 |  | 0,382 | 0,  914 | 2 | 4 |
| O02 | 15 | 12,65 | 16 | 13,65 | 0 | 0,706 | 0 | 0,706   * użyj czcionki TNRoman 10 pt, styl czcionki normalny * użyj pojedynczych obramowań (zastosuj pogrubienie krawędzi tylko wtedy, gdy jest to konieczne) * jednostki w nawiasach zwykłych np. (zł) a nie   kwadratowych |  | 0,353 | 0,912 | 3 | 5 |
| O03 | 15 | 12,60 | 16 | 13,60 | 0 | 0,647 | 0 | 0,647 |  | 0,324 | 0,910 | 4 | 6 |
| O04 | 15 | 12,55 | 16 | 13,55 | 0 | 0,588 | 0 | 0,588 |  | 0,294 | 0,908 | 5 | 7 |
| O05 | 15 | 12,25 | 16 | 13,25 | 0 | 0,235 | 0 | 0,235 |  | 0,118 | 0,896 | 7 | 8 |
| O06 | 15 | 12,20 | 16 | 13,20 | 0 | 0,176 | 0 | 0,176 |  | 0,088 | 0,894 | 8 | 9 |
| O07 | 15 | 12,15 | 16 | 13,15 | 0 | 0,118 | 0 | 0,118 |  | 0,059 | 0,892 | 9 | 10 |
| O08 | 15 | 12,10 | 18 | 13,10 | 0 | 0,059 | 0,083 | 0,059 |  | 0,050 | 0,915 | 10 | 3 |
| O09 | 15 | 12,05 | 30 | 13,05 | 0 | 0,000 | 0,583 | 0,000 |  | 0,146 | 1,064 | 6 | 2 |
| O10   * użyj **przecinka**  jako separatora dziesiętnego | 50 | 12,90 | 40 | 13,9 | 1 | 1 | 1 | 1 |  | 1,000 | 1,694 | 1 | 1 |
| µ | 18,5 | 12,415 | 20 | 13,415 | 0,1 | 0,429 | 0,167 | 0,429 |  | 0,281 | 1,000 |  |  |
| s | 10,5 | 0,283 | 7,849 | 0,283 | 0,3 | 0,333 | 0,327 | 0,333 |  | 0,268 | 0,236 |  |  |
| V | 0,568 | 0,023 | 0,392 | 0,021 | 3 | 0,775 | 1,962 | 0,775 |  | 0,953 | 0,236 |  |  |
| min  wyrównanie **liczb**   * - do przecinka ddziesiętnego ętnego | 15 | 12,05 | 16 | 13,05 | 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0,05 | 0,892 |  |  |
| max | 50 | 12,90 | 40 | 13,9 | 1 | 1 | 1 | 1 |  | 1 | 1,694 |  |  |
| GINI\*\* | 0,189 | 0,014 | 0,180 | 0,013 | 1 | 0,482 | 0,900 | 0,482 |  | 0 | 0,000 |  |  |
| Q1 | 15 | 12,16 | 16 | 13,16 | 0 | 0,132 | 0 | 0,132 |  |  |  |  |  |
| Q3 | 15 | 12,64 | 17,5 | 13,64 | 0 | 0,691 | 0,063 | 0,691 |  |  |  |  |  |
| IQR | 0 | 0,475 | 1,5 | 0,475 | 0 | 0,559 | 0,063 | 0,559 |  |  |  |  |  |

Objaśnienia do tabeli

użyj stylu

MIBE\_Objasnienia

Źródło: opracowanie własne

Z tego dość przerysowanego przykładu wynika, że w przypadku budowy rankingów i ewentualnego podziału obiektów na grupy w oparciu o wartości wskaźnika syntetycznego, należy odpowiednio zabezpieczyć się przed upublicznieniem nierzetelnego raportu. Zabezpieczenie takie polega na wykorzystaniu szerszego spektrum narzędzi analitycznych, dzięki któremu będzie możliwosć wystawiania ostrzeżeń (reguł stopu), dających podstawę do zasięgnięcia

użyj stylu

MIBE\_Tabela\_Zrodlo

**NIE** **umieszczaj** **kropki** **na końcu**

**.**

**.**

**.**

poszczególnych zmiennych. Proponuje się aby te wagi były proporcjonalne do wskaźnika zmienności[[2]](#footnote-2) [por. np. Betti, Verma 1999, Sawiłow 2011]. Szerzej   
o technologii tworzenia wag można też przeczytać np. w pracach [Abrahamowicz, Ząjąc 1986, Bąk 1999]. Z tego powodu jako jeden z sygnałów ostrzegawczych, przed publikacją wyników dotyczacych stopnia zanieczyszczania środowiska (który zazwyczaj będzie oparty na zmiennych o wartościach na skali ilorazowej) można uznać pomiędzy rankingami, przy tworzeniu których stosowano normalizację za pomocą przekształcenia ilorazowego i unitaryzacji zerowanej. Łatwo sprawdzić, że w przykładzie z tabeli 1 współczynnik korelacji , gdzie R1 i R2 to dwa rankingi oparte o te dwie normalizacje.

**.**

**.**

**.**

 (3)

**.**

**.**

**.**

WYNIKI BADAŃ

W tabelach 2 i 3 zaprezentowano odpowiednio wartości wskaźników syntetycznych WV oraz WU określonych wzorem (4). Natomiast na rysunku 1 zilustrowano zmiany średniej wartości oraz współczynnika zmienności V wskaźnika syntetycznego WV. W oparciu o rysunek 1 oraz wartości w ostatnich trzech wierszach tabel 2 i 3, wyraźnie widać, ze zmniejsza się poziom corocznego

**.**

**.**

**.**

w pozostałych województwach notowany jest jego wyraźny spadek. Ponadto warto zwrócić uwagę na bardzo duże zróżnicowanie województw pod względem poziomu corocznego zanieczyszczania środowiska (odchylenie standardowe niezależnie od sposobu normalizacji jest większe od średniej – por. tabele 2 i 3).

Tabela 2. Wartości wskaźnika WV w okresie 2004-2014 oceniającego poziom corocznego zanieczyszczania środowiska naturalnego względem województw

| Województwo | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Dolnośląskie | 1,70 | 1,42 | 1,38 | 1,38 | 1,47 | 1,37 | 1,47 | 1,60 | 1,42 | 1,31 | 1,11 |
| Kujawsko-Pomorskie | 0,81 | 0,94 | 0,58 | 0,65 | 0,50 | 0,52 | 0,77 | 0,65 | 0,62 | 0,53 | 0,52 |
| Lubelskie | 0,37 | 0,36 | 0,32 | 0,33 | 0,28 | 0,54 | 0,24 | 0,34 | 0,24 | 0,22 | 0,21 |
| Lubuskie | 0,33 | 0,30 | 0,30 | 0,29 | 0,27 | 0,27 | 0,25 | 0,19 | 0,18 | 0,18 | 0,17 |
| Łódzkie | 1,11 | 1,14 | 1,04 | 1,02 | 1,05 | 0,88 | 0,84 | 0,92 | 0,92 | 0,94 | 0,90 |
| Małopolskie | 1,88 | 1,84 | 1,71 | 1,12 | 1,27 | 0,68 | 0,72 | 0,75 | 0,84 | 0,78 | 0,77 |
| Mazowieckie | 1,18 | 1,22 | 1,08 | 0,97 | 0,75 | 0,61 | 0,96 | 0,87 | 0,67 | 0,55 | 0,54 |
| Opolskie | 1,01 | 0,98 | 1,04 | 1,16 | 0,91 | 1,23 | 1,45 | 1,33 | 1,15 | 0,91 | 0,81 |
| Podkarpackie | 0,43 | 0,43 | 0,43 | 0,42 | 0,33 | 0,28 | 0,33 | 0,30 | 0,30 | 0,30 | 0,24 |
| Podlaskie | 0,24 | 0,24 | 0,21 | 0,22 | 0,21 | 0,20 | 0,18 | 0,19 | 0,19 | 0,37 | 0,38 |
| Pomorskie | 0,57 | 0,55 | 0,55 | 0,60 | 0,60 | 0,49 | 0,39 | 0,37 | 0,41 | 0,36 | 0,36 |
| Śląskie | 0,97 | 0,72 | 0,74 | 1,08 | 1,16 | 1,13 | 1,36 | 1,29 | 1,33 | 1,56 | 1,20 |
| Świętokrzyskie | 6,32 | 5,41 | 7,33 | 7,22 | 6,12 | 4,62 | 5,32 | 5,68 | 5,25 | 5,27 | 4,97 |
| Warmińsko-Mazurskie | 0,26 | 0,26 | 0,26 | 0,25 | 0,29 | 0,28 | 0,24 | 0,25 | 0,22 | 0,24 | 0,23 |
| Wielkopolskie | 0,70 | 0,68 | 0,68 | 0,63 | 0,64 | 0,61 | 0,53 | 0,54 | 0,55 | 0,54 | 0,58 |
| Zachodniopomorskie | 0,68 | 0,61 | 0,60 | 0,60 | 0,71 | 0,44 | 0,42 | 0,37 | 0,32 | 0,31 | 0,35 |
| µ | 1,16 | 1,07 | 1,14 | 1,12 | 1,04 | 0,89 | 0,97 | 0,98 | 0,91 | 0,90 | 0,83 |
| s | 1,41 | 1,21 | 1,65 | 1,61 | 1,37 | 1,02 | 1,20 | 1,29 | 1,19 | 1,19 | 1,11 |
| V | 1,22 | 1,13 | 1,45 | 1,44 | 1,32 | 1,15 | 1,24 | 1,32 | 1,30 | 1,33 | 1,34 |

Źródło: opracowanie własne

Rysunek 1. Zmiana średniego poziomu corocznego zanieczyszczania środowiska (WV)



użyj stylu

MIBE\_Rysunek\_Tytul

**NIE** **umieszczaj** **kropki** **na końcu**

pamiętaj, że wydruk

będzie

w kolorze **czarno**-**białym**

wyrównaj

rysunek

do **środka**

Źródło: opracowanie własne

użyj stylu

MIBE\_Rysunek\_Zrodlo

**NIE** **umieszczaj** **kropki** **na końcu**

**.**

**.**

**.**

wartości z przedziału [0;1]. Dlatego w tabeli 3 przedstawiono wartości wskaźnika syntetycznego wykorzystującego tego typu normowanie. Należy podkreślić, że unitaryzacja zerowana jest bardziej wrażliwa na elementy odstające niż przekształcenie ilorazowe. W tym badaniu województwo śląskie znacząco odbiega poziomem zanieczyszczania środowiska od pozostałych województw, dlatego jeśli porównamy rankingi w 2004 roku stopnia zanieczyszczania środowiska przy wykorzystaniu wskaźników WV i WU, to zauważalne są spore różnice między nimi.

**.**

**.**

**.**

PODsUMOWANIE

Przy ocenie zmian poziomu zanieczyszczania środowiska w ciągu roku opieramy się często na wartościach zmiennych, których wartości są na skali ilorazowej (tzn. z zerem bezwzględnym). Aby nie stracić informacji możemy wykorzystać w procesie normalizacji w zasadzie tylko przekształcenie ilorazowe.

Zmienne o wartościach na skali ilorazowej mogą być poddane także metodom analizy wymagającym tylko skali przedziałowej. Dlatego w takich przypadkach warto oprócz przekształcenia ilorazowego wykorzystać intuicyjną

**.**

**.**

**.**

bibliografia

Abrahamowicz M., Ząjąc K. (1986) Metoda ważenia zmiennych w taksonomii numerycznej i procedurach porządkowania liniowego. [w:] Prace Naukowe AE we Wrocławiu, 328, 5–17.

Bąk A. (1999) Modelowanie symulacyjne wybranych algorytmów wielowymiarowej analizy porównawczej w języku C++. Wyd. AE, Wrocław.

użyj stylu

MIBE\_Literatura

Betti G., Verma V. (1999) Measuring the degree of poverty in a dynamic and comparative context: a multidimensional approach using fuzzy set theory. Proceedings of the ICCS-VI, Lahore, Pakistan, 11, 289–301.

Borkowski B., Dudek H., Szczesny W. (2007) Ekonometria. Wybrane zagadnienia. PWN, Warszawa.

Hand D., Maninila H., Smyth P. (2001) Principles of Data Mining. Cambridge: MIT Press.

Holder O. (1901) Die Axiome der Quantität und die Lehre vom Mass. Ber.Verh. Kgl. Sächsis. Ges. Wiss. Leipzig, Math.-Phys. Classe, 53, 1-64.

Kompa K., Witkowska D. (2015) Synthetic Measures of the European Capital Markets Development. Ekonometria, 4 (50), 214–227.

Koszela G. (2016) Wykorzystanie narzędzi gradacyjnej analizy danych do klasyfikacji podregionów pod względem struktury agrarnej. Wiadomości Statystyczne, 6, 10-30.

Koszela G., Szczesny W. (2015) Wykorzystanie narzędzi WAP do oceny poziomu zanieczyszczania środowiska w ujęciu przestrzennym. Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych, XVI/3, 183–193.

Peng S. (1990) A general stochastic maximum principle for optimal control problems. SIAM Journal on Control and Optimization, 28 (4), 966-979.

Załoga E. (2007) Ekonomiczne i społeczne wyzwania współczesnego transportu. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, 454.

Autor (rok) Tytuł artykułu. Tytuł Czasopisma, numer tomu (numer zeszytu), strony.

Postaw kropkę na końcu.

[www.reas.pl/komentarze/wplyw-programu-mieszkanie-dla-mlodych-na-rynek-mieszkaniowy-w-polsce](http://www.reas.pl/komentarze/wplyw-programu-mieszkanie-dla-mlodych-na-rynek-mieszkaniowy-w-polsce)

[www.stat.gov.pl/files/gfx/portalinformacyjny/pl/defaultaktualnosci/5492/4/12/1/obrot\_nieruchomosciami\_w\_2014.pdf](http://www.stat.gov.pl/files/gfx/portalinformacyjny/pl/defaultaktualnosci/5492/4/12/1/obrot_nieruchomosciami_w_2014.pdf)

www.odpowiedzialni.gpw.pl [dostęp: 16.06.2016]

**spis stron internrtowych**

EVALUATION OF CHANGES OF ENVIRONMENTAL POLLUTION DEGREE IN POLAND 2004-2014   
USING THE BASIC ANALYTICAL TOOLS

użyj stylu

MIBE\_Tytul\_Angielski

**Abstract:** The aim of the paper was to attempt to evaluate changes   
in the degree of pollution at the level of Voivodeships in the years 2004-2014. Assessment was carried out by construction of Voivodeship rankings. These rankings were created on the basis of synthetic variables resulting from the normalization of variables by unitarisation zeroed method and the quotient mapping. It was also paid attention to the problem of outliers. It was proved that depending on the approach to this problem, it can be obtained significantly different results for clustering Voivodeships into classes.

użyj stylu MIBE\_Streszczenie

**Keywords:** ranking, synthetic variable, unitarisation zeroed, quotient mapping, outliers, grade data analysis, environmental protection, pollution degree

Całość opracowania powinna zawierać **maksymalnie** **10** **stron**.

użyj stylu MIBE\_SlowaKluczowe

**NIE umieszczaj kropki na końcu**

1. Borkowski B., Dudek H., Szczesny W. (2007) Ekonometria. Wybrane zagadnienia. PWN, Warszawa. [↑](#footnote-ref-1)
2. Betti G., Verma V. (1999) Measuring the degree of poverty in a dynamic and comparative context: a multidimensional approach using fuzzy set theory. Proceedings of the ICCS-VI, Lahore, Pakistan, 11, 289–301. [↑](#footnote-ref-2)